



## PARAMETROS DE LA LEY GENERALIZADA DE RECURRENCIA SISMICA b-value y d-value

Alexander Caneva Rincón

Centro de Investigaciones Universidad Antonio Nariño

Asesor Instituto Geofísico Universidad Javeriana

[alexander\\_caneva@hotmail.com](mailto:alexander_caneva@hotmail.com)

[acaneva@andromeda.uan.edu.co](mailto:acaneva@andromeda.uan.edu.co)

[icaneva@javeriana.edu.co](mailto:icaneva@javeriana.edu.co)

**Resumen:** El análisis de la ley generalizada de recurrencia sísmica muestra una variación en contrafase de los valores de los parámetros b-value (pendiente del gráfico de recurrencia) y d-value (dimensión fractal de la distribución de epicentros) en el tiempo. Durante intervalos de tiempo correspondientes a régimen estable (régimen sísmico normal) se cumple la relación  $d = 3b$  (los valores promedio mundiales de estos parámetros son:  $b \approx 0,5$  y  $d \approx 1,5$ ), en tanto que durante intervalos de tiempo en los cuales se presentan eventos sísmicos de magnitud considerable se observa una desviación con respecto al nivel estable caracterizado por la relación  $d = 3b$ . En el presente trabajo se analizan las variaciones de b-value y d-value para el caso de Colombia. El valor de b-value se halla por el método de estimación de máxima verosimilitud ( $b \approx 0,6$ ). La evaluación de d-value se lleva a cabo mediante la construcción de histogramas de la integral de correlación obteniéndose finalmente el valor de la dimensión fractal por regresión ( $d \approx 1,6$ ).

**Key Words :** recurrencia sísmica, régimen sísmico, dimensión fractal

PARAMETERS OF THE GENERALIZED LAW OF SEISMIC RECURRENCE  
b-value y d-value

**Summary:** The analysis of the generalized law of seismic recurrence shows a contra-phase variation of the values of the parameters b-value (slope of the graphic of recurrence) and d-value (fractal dimension of the distribution of epicenters) in time. In time intervals of stable regime (normal seismic regime) the relation  $d = 3b$  is observed (the world average values of these parameters are:  $b \approx 0,5$  and  $d \approx 1,5$ ), while in time intervals in which seismic events of considerable magnitude are present a deviation with regard to the stable level characterized by the relation  $d = 3b$  is observed. In this paper the variations of b-value and d-value are analyzed for the case of Colombia. The value of b-value is found by the method of maximum likelihood estimate ( $b \approx 0,6$ ). The evaluation of d-value is carried out by means of the construction of histograms of the integral of correlation and finally the value of the fractal dimension is obtained by regression ( $d \approx 1,6$ ).

**Key Words :** seismic recurrence, seismic regime, fractal dimension

### INTRODUCCION

Bajo el nombre de régimen sísmico se entiende el conjunto de sismos (distribuidos en el espacio y en el tiempo) en tanto que las características cuantitativas del régimen son los parámetros estadísticos de este conjunto [1]. Los sismos están distribuidos según sus energías, en el espacio y en el tiempo de manera irregular (la heterogeneidad del conjunto de sismos) [2]. Las particularidades de la distribución del número de sismos según los valores de sus energías están dadas por la *ley de recurrencia sísmica* la cual representa la distribución del número de sismos  $N$  según los valores de sus energías  $E$  siguiendo la ley de potencia:  $N \sim E^{-b}$ . Por otra parte la distribución del número de defectos  $N$  según sus dimensiones  $l$  en determinada región del espacio también se expresa siguiendo la ley de potencia:  $N \sim l^{-d}$  [3].



La heterogeneidad del conjunto de sismos se evidencia por una agrupación autosemejante (fractal) de los sismos [4]. El carácter fractal de la heterogeneidad espacial y temporal de la sismicidad corresponde a una propiedad general del régimen sísmico [2]. Considerando el hecho de que un objeto fractal es heterogéneo a cualquier escala [5] resulta indispensable reconsiderar la ley de la recurrencia sísmica teniendo en cuenta las propiedades fractales del conjunto de sismos. Estas propiedades son la expresión de un proceso físico: la evolución de la litosfera [1].

#### PARAMETROS DEL REGIMEN SISMICO

La característica de la autosemejanza del proceso sísmico en su aspecto energético es la *pendiente del gráfico de recurrencia*  $b$  ( $b$ -value), el cual muestra la relación existente entre las cantidades (probabilidades de surgimiento) de sismos de diferentes valores de energía:  $\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^{-(b+1)}$ , donde  $N_i$  es el número de eventos en el rango de valores  $(E_i, E_i + dE)$ ,  $b$  es la pendiente del gráfico de recurrencia. En este caso se asume que en la región espacial y temporal los sismos se encuentran distribuidos de manera uniforme.

La *dimensión fractal*  $d$  ( $d$ -value) se puede entender como un indicador de la autosemejanza geométrica. Ella determina la relación existente entre el número de celdas no-vacías (es decir celdas que contengan siquiera un elemento del conjunto) de diferente tamaño:  $\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-d}$ , donde  $N_i$  es el número de celdas no-vacías de dimensiones  $l_i$  de la división del espacio euclidiano de dimensión  $r$ . El número de celdas no-vacías de dimensiones  $l$  puede expresarse como:  $N(l) \sim l^{-d}$ . Cuando los eventos se encuentran distribuidos uniformemente  $d = r$ .

#### LEY GENERALIZADA DE RECURRENCIA SISMICA

En el trabajo [1] se confronta la forma clásica de la definición de los parámetros del régimen sísmico con la forma que contempla las propiedades fractales de la sismicidad. Partiendo de la premisa que: después de ocurrido un sismo en determinada región del espacio, durante un determinado intervalo de tiempo, en determinado rango de valores de energía, queda prohibido otro sismo, se llega a la así llamada *ley generalizada de recurrencia sísmica*:

$$\lg N = -bK + d \lg L + \lg T + B$$

donde  $K = \lg E$ ;  $b = \frac{(\alpha d + \beta)}{a}$ ;  $B = b \lg \epsilon - d \lg \lambda - \lg \theta$ , siendo  $\lambda, \alpha, \theta, \beta, a, \epsilon$  constantes definidas partiendo de *consideraciones de prohibición* espaciales, temporales y energéticas [1; 3; 5; 6]. De acá se obtienen las expresiones analíticas para los parámetros del régimen sísmico:

$$b = -\left(\frac{\partial \lg N}{\partial \lg E}\right)_{L,T}; \quad d = \left(\frac{\partial \lg N}{\partial \lg L}\right)_{E,T}$$

De esta manera, partiendo de la ley generalizada de recurrencia sísmica se obtiene que:  $N \sim E^{-b}$ .  $L^d \sim I_0^{-ab}$ .  $I_0^d \sim I_0^{(d-ab)}$ . Los valores promedio mundiales de los parámetros de la ley generalizada de recurrencia sísmica son respectivamente:  $b = 0,5$  y  $d = 1,5$  [3], en tanto que el valor comúnmente aceptado de  $a$  es cercano a 3 [6], por lo tanto el valor del exponente  $d - ab = 0$ , de donde tenemos que  $d = ab$ . La desviación con respecto a la relación  $d = ab$  es máxima inmediatamente después del evento principal ("mainshock"), es decir cuando el medio geofísico se aleja al máximo de su estado "estable" (bajo el término "estable" se entiende un estado estacionario de duración prolongada que caracteriza el nivel *común o normal* de sismicidad). Con la atenuación de las réplicas la diferencia  $d - ab = 0$  disminuye alcanzando su valor medio cercano a cero. Por lo visto, como resultado de un sismo fuerte se trastorna el estado dinámico "estable" lo cual conduce a una



redistribución de tensiones en esa región del espacio formando, al cabo de cierto tiempo, un nuevo estado “estable”.

#### METODO DE ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DEL REGIMEN SISMICO

En el trabajo [7] se expone el procedimiento de la estimación de máxima verosimilitud de los parámetros de la ley de recurrencia sísmica. Esta estimación se efectúa con base en un sistema de ecuaciones formado a partir de histogramas de distribución del número de sismos por celdas de valores de energía definidos. Para la estimación de la *dimensión fractal* de un conjunto de sismos se utilizó la así llamada dimensión de correlación:  $d = -\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\lg C(l)}{\lg l}$ , donde  $l$  es el tamaño lineal de las celdas en que se divide el espacio euclidiano y

$C(l)$  es la así llamada integral de correlación:  $C(l) = N \left( |r_i - r_j| \leq l \right)$ , donde  $N$  es el número de pares de eventos que están separados una distancia no mayor que  $l$  [8]. La estimación de la dimensión fractal del conjunto de sismos se llevó a cabo mediante la construcción del histograma de la integral de correlación, con base en él se construía la función:  $\lg C = f(\lg l)$  y se procedía a calcular el valor de  $d$  por regresión.

#### EL CATALOGO

El catálogo de sismos de Colombia gentilmente suministrado por Ingeominas (Red Sismológica Nacional de Colombia), contenía 17221 registros correspondientes al intervalo de tiempo 1993 – 1999. Luego de procesar el catálogo para eliminar registros dobles, con formato erróneo y réplicas [9] el número de registros pasó a ser de 10898. La estimación de los parámetros del régimen sísmico se llevó a cabo con este catálogo “limpio”.

#### ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DEL REGIMEN SISMICO DE COLOMBIA

La estimación se llevó a cabo utilizando un software especialmente diseñado. Con el fin de disminuir el grado de heterogeneidad en profundidad se consideraron los eventos con  $H < 100$  km. Las variaciones de los parámetros  $b$  y  $d$  se muestran en la fig. 1. Los valores medios observados son:  $b \approx 0,6$  y  $d \approx 1,6$ . Se observa una variación en contrafase de los parámetros.

$d$  - value caracteriza el grado de localización espacial de los eventos. Entre menor sea el valor de  $d$  más localizados están los eventos. Es decir que la disminución de  $d$  corresponde a una agrupación de eventos. A la par con  $b$  y  $d$  en la fig 1 se muestra la curva correspondiente a la variación de la diferencia  $(b - d/a)$  que es equivalente a la expresión  $d = ab$ . La mayor variación en contrafase de  $b$  y  $d$ , así como el mayor alejamiento de la curva  $(b - d/a)$  de cero se observa a partir de 1996 que, luego de alcanzar el máximo hacia finales de 1997 tiende a cero. Justamente en este intervalo de tiempo tiene lugar uno de los sismos más fuertes ( $m_b = 5,8$  y  $H = 0$  km) en la región de Urabá [9]. Al efectuar un análisis similar para el caso de sismicidad profunda no se observan las particularidades descritas para el caso de la sismicidad superficial. De esta manera los comunicados acerca de la desviación de la diferencia  $(b - d/a)$  de cero no recibe confirmación contundente en el caso de Colombia. Hay que anotar que la información citada por otros autores acerca de la desviación de la diferencia  $(b - d/a)$  respecto a cero se refiere a terremotos catastróficos con  $M_s \sim 7 - 8$  en tanto que los eventos que en este trabajo se consideran fuertes son de valores  $M_s \sim 5 - 6$ .

En la fig. 2 se muestran las variaciones de  $b$  y  $d$  con la profundidad para todo el país. Llama la atención el aumento de  $b$  y la disminución de  $d$  a partir de profundidades del orden de 100 km. Esta alteración está relacionada evidentemente con la sismicidad en el nido de Bucaramanga. La disminución de  $d$  indica un aumento de la concentración espacial de sismos a dicha profundidad lo cual concuerda con las características de un nido de actividad sísmica profunda.

